

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

LA CALCULATRICE EST AUTORISÉE

Consignes à suivre à chaque DS :

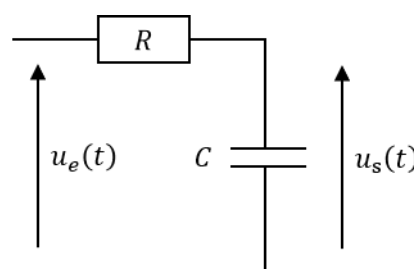
- Numéroté les pages. Numéroté les questions (inutile d'écrire les titres).
- Soigner la rédaction et la présentation : aérer la copie, encadrer ou souligner les résultats.
- Lire rapidement l'ensemble du sujet en début d'épreuve : les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
- Pour un exercice donné, traiter et rendre les questions dans l'ordre.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne sera pas prise en compte.

I) Filtre RC soumis à une tension créneau

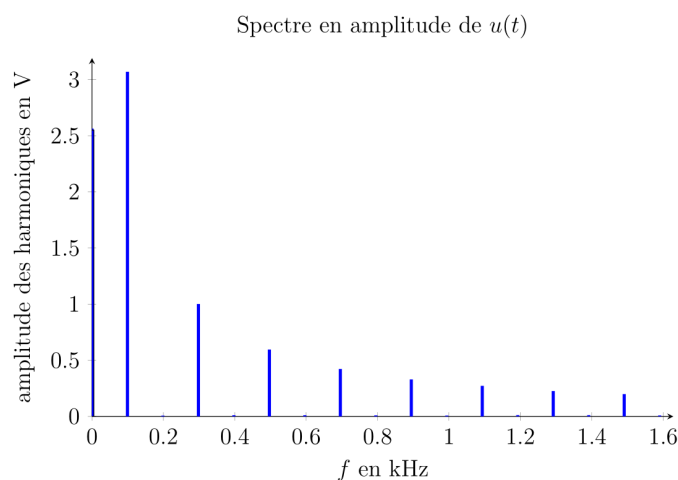
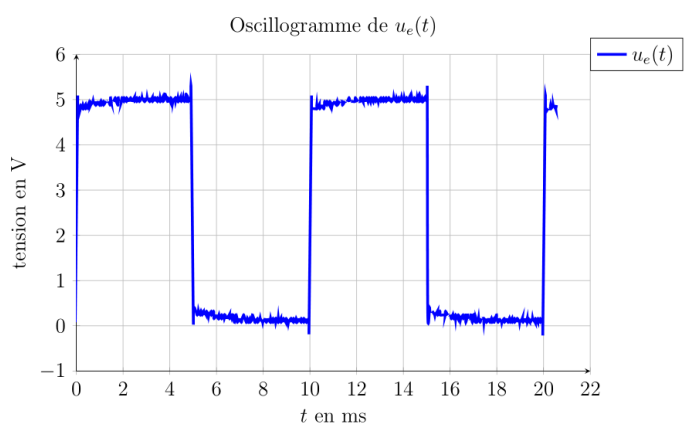
On impose une tension créneau $u_e(t)$, allant de 0 V à 5 V à l'entrée du circuit électronique ci-contre.

On rappelle qu'une tension carrée $u(t)$ d'amplitude 1 V et de valeur moyenne nulle peut être décomposée en série de Fourier par :

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin((2k+1)\omega t)}{2k+1}$$



On donne l'oscillogramme de $u_e(t)$ et son spectre en amplitude :



- 1) Donner la décomposition en série de Fourier de $u_e(t)$. L'harmonique de rang n sera noté $u_{en}(t)$ et son amplitude U_{enm} .
- 2) Donner l'expression du fondamental de $u_e(t)$, exprimer puis calculer son amplitude.
- 3) Donner l'expression des harmoniques de rang 2 et 3 de $u_e(t)$, exprimer puis calculer leur amplitude.
- 4) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_s(t)$ donnée par l'équation ci-dessous. Donner l'expression de τ .

$$\tau \frac{du_s}{dt} + u_s(t) = u_e(t)$$

On se place désormais en régime sinusoïdal pur avec :

$$u_e(t) = U_{em} \cos(\omega t)$$

- 5) À partir de l'équation différentielle, montrer que la fonction de transfert $\underline{H}(\omega)$ de ce circuit, qui peut aussi être qualifié de filtre est donnée par l'expression ci-dessous. Donner l'expression de ω_c , la pulsation de coupure du filtre.

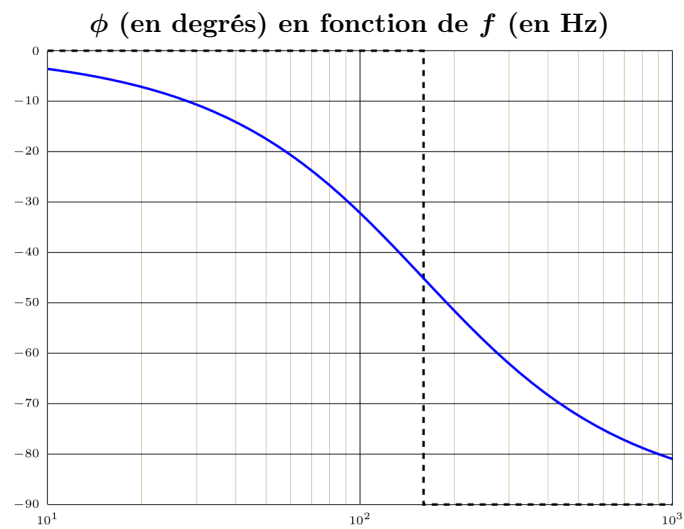
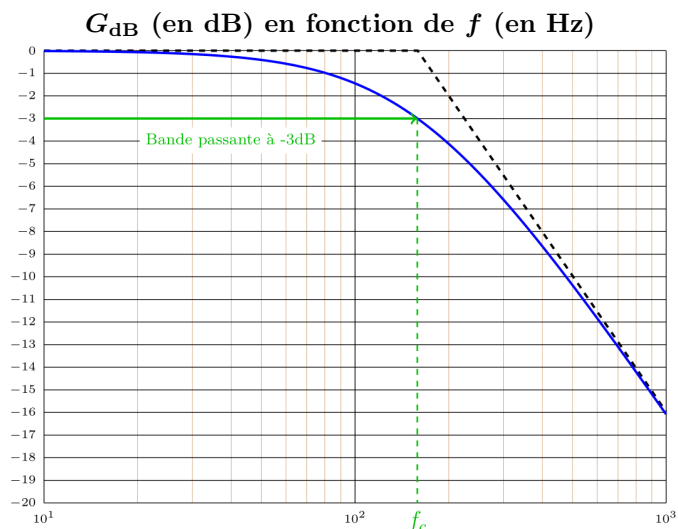
$$\underline{H}(\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

On se place désormais en régime sinusoïdal pur avec :

$$u_e(t) = U_{em} \cos(\omega t)$$

6) Exprimer le gain en décibel G_{dB} et le déphasage ϕ du filtre.

Les valeurs des composants sont les suivantes : $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$. Voici le tracé du diagramme de Bode :

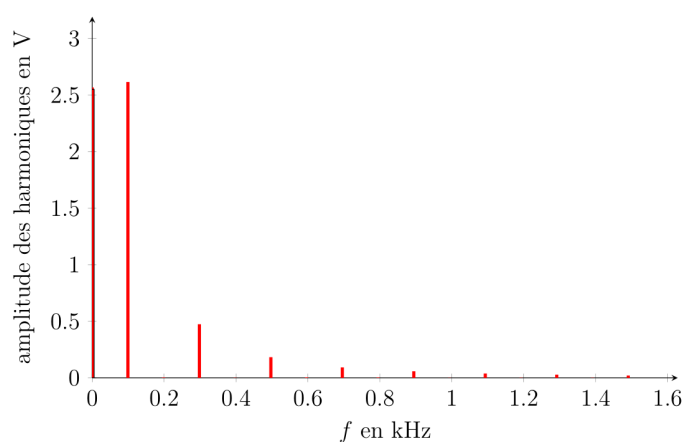
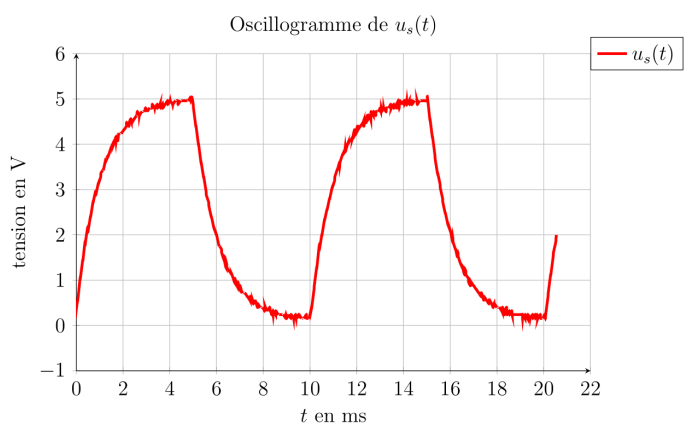


7) Exprimer puis calculer la fréquence de coupe f_c du filtre.

8) Trouver l'équation des asymptotes et les tracer.

On s'intéresse maintenant au cas où le circuit est alimenté par la tension $u_e(t)$ carrée étudiée en début d'exercice.

On a relevé expérimentalement l'oscillogramme et le spectre de $u_s(t)$:



9) Placer, en superposition sur la courbe de gain, les harmoniques de rang $n \geq 1$ de $u_e(t)$. Les harmoniques de rang $n \geq 3$ de $u_e(t)$ sont-elles efficacement filtrées ? Qu'en est-il de la composante continue de $u_e(t)$?

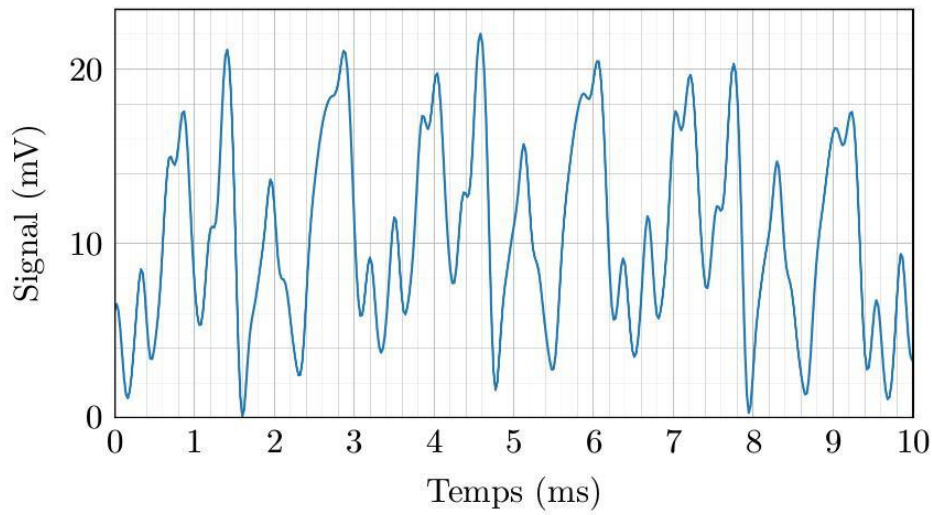
10) Exprimer puis calculer la composante continue de $u_s(t)$ notée U_{s0} , ainsi que l'amplitude de son fondamental notée U_{s1m} .

II) Accordeur de guitare

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare électrique. L'objectif de ce sujet est, grâce à une série de filtre, d'isoler la fréquence d'une corde légèrement désaccordée. Le principe consistant à réaccorder la corde n'est pas présenté. La corde étudiée est celle du Mi qui, une fois accordée, vibre à la fréquence $f_{ac} = 329,6 \text{ Hz}$.

II.1) Le signal

La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro de la guitare électrique.

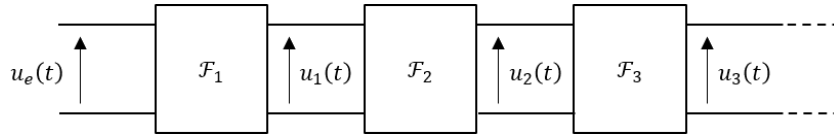


11) Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

12) Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal, notée f_{co} (on supposera en première approximation que le signal est parfaitement périodique).

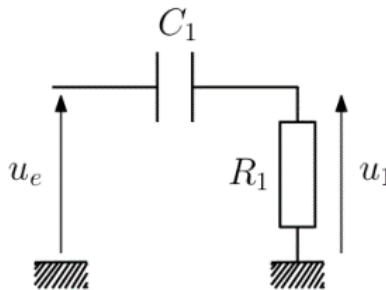
13) L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques? Justifier.

Afin d'isoler la fréquence fondamentale f_{co} , ce signal est injecté dans un circuit comportant 3 filtres en série.



II.2) Premier filtre $\mathcal{F}_1$

Le signal électrique $u_e(t)$ provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre ci-dessous, noté $\mathcal{F}_1$.



14) Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω d'un signal d'entrée supposé harmonique.

15) Préciser de quel type de filtre s'agit-il (nature et ordre)? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.

16) On a choisi $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100 \text{ nF}$. Tracer, sur votre feuille, l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.

17) Quel est le rôle de ce premier filtre?

II.3) Deuxième filtre $\mathcal{F}_2$

En sortie du filtre $\mathcal{F}_1$, le signal $u_1(t)$ est envoyé sur un filtre $\mathcal{F}_2$ dont la fonction de transfert est donnée par :

$$\underline{H}_2(j\omega) = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2} \quad \text{avec : } G_0 = 100 \quad \text{et} \quad \omega_2 = 3,1 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

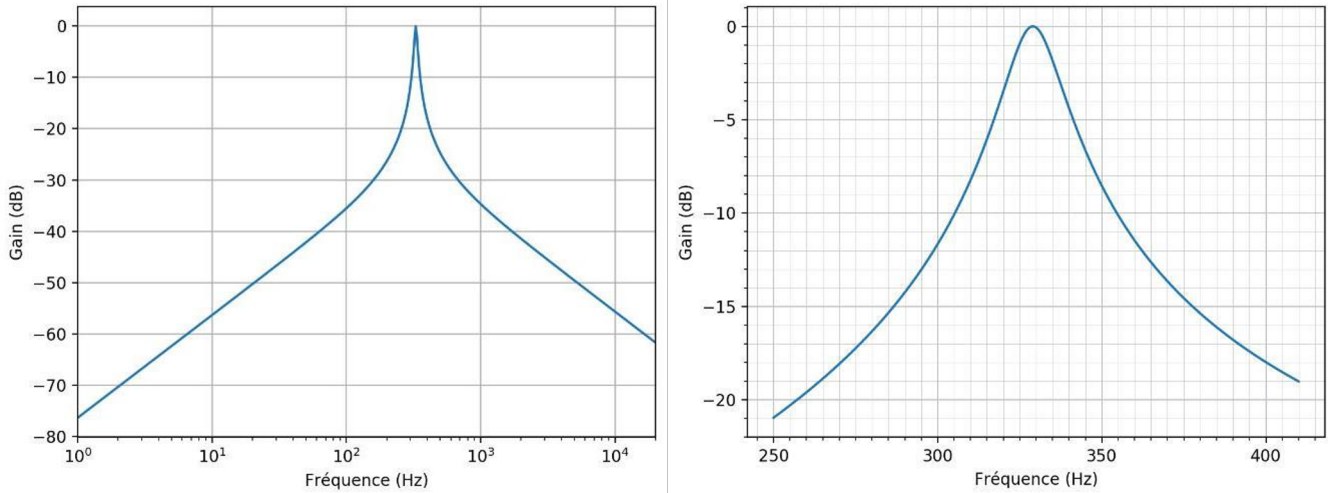
18) Que vaut le gain de ce filtre en basse fréquence? Et en haute fréquence?

19) Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à la pulsation ω_2 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

II.4) Troisième filtre $\mathcal{F}_3$

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal $u_2(t)$, dont la valeur est voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique f_{ac} de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur. Le principe du filtre $\mathcal{F}_3$ est que sa fréquence caractéristique soit égale à celle du signal de référence de fréquence f_{ac} .

La figure ci-dessous représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre $\mathcal{F}_3$ tracé à deux échelles différentes.



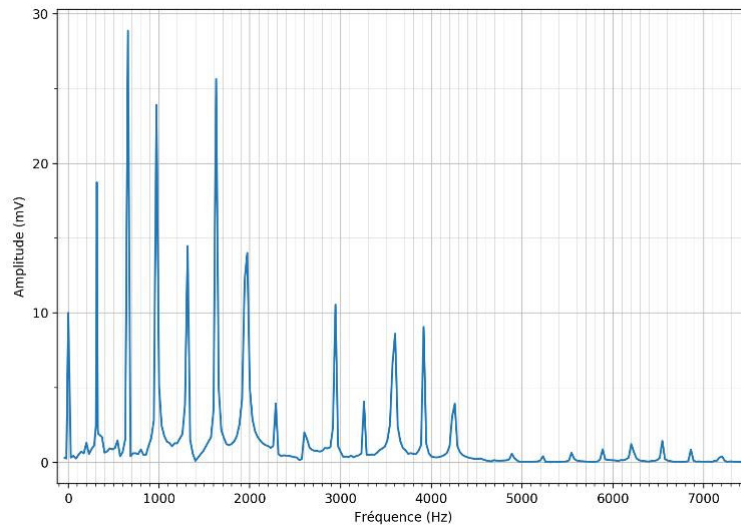
20) Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence caractéristique f_3 ?

21) Définir puis déterminer graphiquement la valeur de sa bande-passante à -3 dB.

22) Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

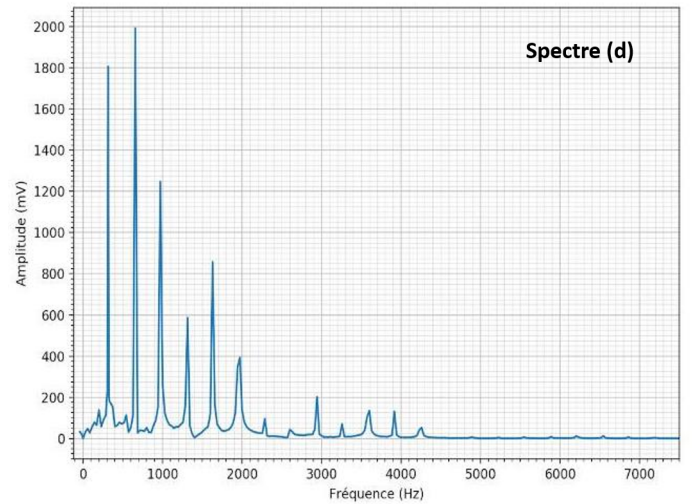
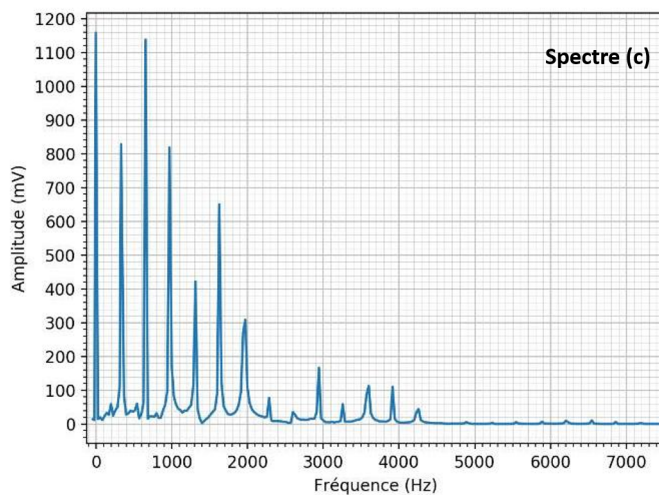
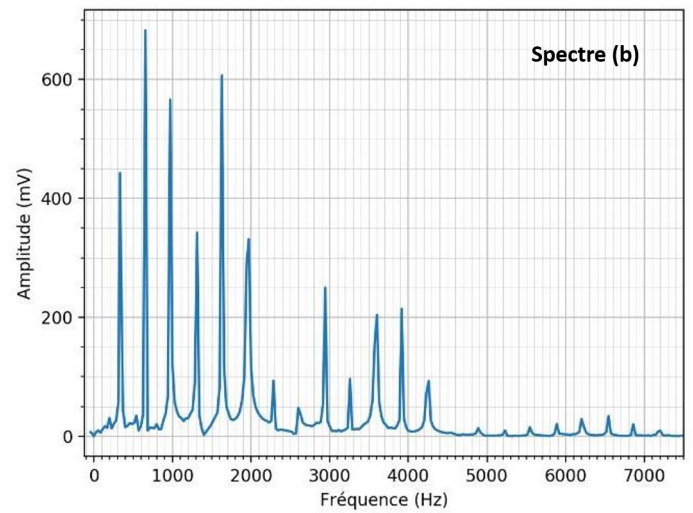
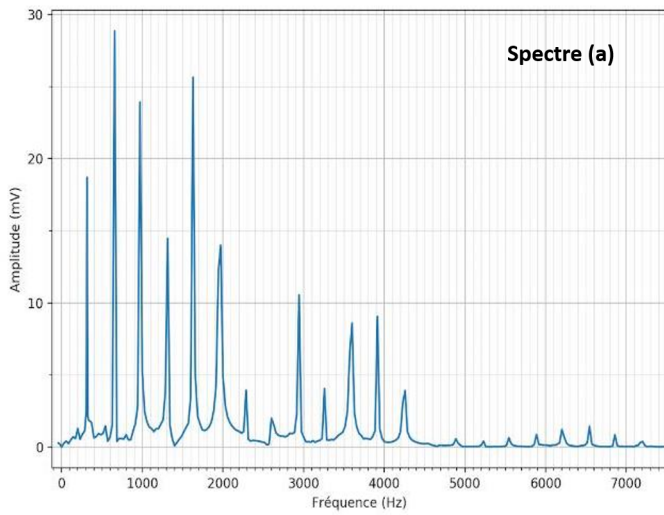
II.5) Analyse spectrale

La figure ci-dessous correspond au spectre du signal d'entrée $u_e(t)$.



23) Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre de $u_e(t)$.

Ci-dessous, on donne 4 spectres notés (a), (b), (c) et (d).



24) En justifiant soigneusement, dire parmi les 4 spectres proposés lequel correspond au signal $u_1(t)$, c'est-à-dire le signal en sortie du filtre $\mathcal{F}_1$.

25) Même question pour $u_2(t)$, le signal en sortie du filtre $\mathcal{F}_2$.

26) Tracer l'allure du spectre du signal $u_3(t)$ en sortie du filtre $\mathcal{F}_3$. Tracer l'allure du signal temporel correspondant.

III) Suspension passive de voiture

Les suspensions d'un véhicule ont pour objectif principal d'assurer la meilleure tenue de route possible, de façon à garantir la sécurité des occupants.

Il existe de nombreux types de suspensions dont le rôle est notamment de contrôler le déplacement vertical d'un véhicule.

Par la suite, nous allons nous intéresser aux suspensions à ressorts disposant d'amortisseurs rhéomagnétique (figure 1). Différents éléments participent à l'amortissement mais tous les effets seront ramenés au niveau des suspensions dont seul le déplacement vertical est étudié.

L'étude est menée en référentiel galiléen et l'on note $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ l'accélération du champ de pesanteur.

27) Donner un exemple de référentiel galiléen. Préciser le ou les liens qui existent entre deux référentiels galiléens.

Le véhicule, de masse M , repose de façon équivalente sur quatre amortisseurs supposés identiques. On note m la masse supportée par un seul amortisseur.

28) Quelle masse m supporte un amortisseur ?

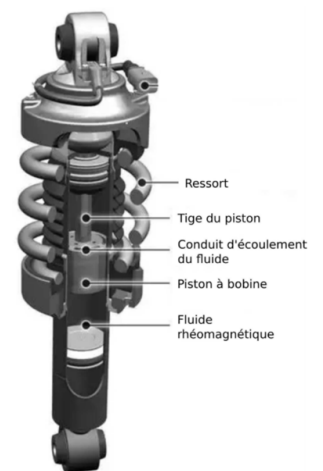


FIGURE 1 – Schéma d'une suspension à ressort

III.1) Suspension sans amortissement

On modélise la suspension sans amortisseurs d'une voiture par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , sur lequel repose la masse m (figure 2)

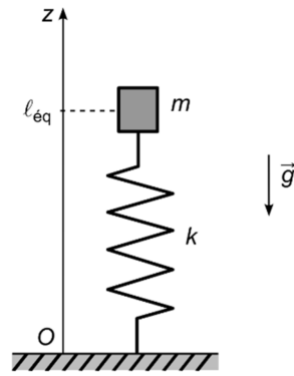


FIGURE 2 – Modélisation d'une suspension à ressort

29) Déterminer la longueur à l'équilibre du ressort, ℓ_{eq} , en fonction de g , k , ℓ_0 et de m .

30) Donner, en fonction de k et de m , l'expression de la pulsation propre ω_0 du système. Justifier son expression par une analyse dimensionnelle.

Une association simple de deux ressorts peut se faire en série ou en parallèle (figure 3).

Soient deux ressorts de longueur à vide identique ℓ_0 et de constantes de raideur k_1 et k_2 . Selon l'association réalisée, la constante de raideur équivalente vaut k_s en série ou k_p en parallèle.

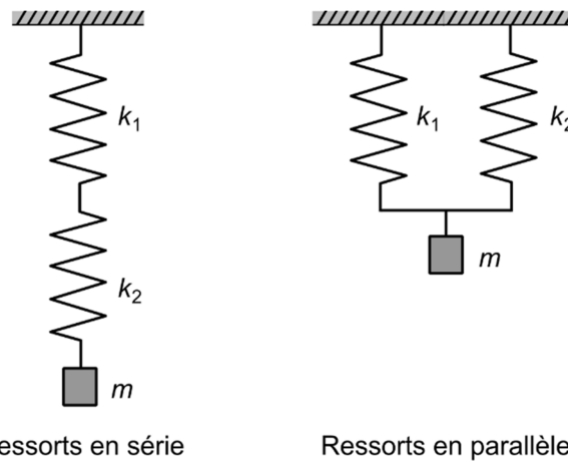


FIGURE 3 – Associations série et parallèle de deux ressorts

31) Démontrer que, pour une association de deux ressorts en parallèle, $k_p = k_1 + k_2$.

32) Les quatre amortisseurs étant supposés identiques, donner l'expression de la constante de raideur équivalente k_v de l'ensemble du véhicule, en fonction de la constante k de l'un d'entre eux.

33) En déduire l'expression de la pulsation propre de la voiture Ω_0 en fonction de ω_0

III.2) Suspension avec amortissement

Pour le confort des occupants du véhicule, il est préférable d'en réduire rapidement les oscillations. Pour ce faire, la suspension comporte un dispositif amortisseur (figure 4) qui exerce une force de frottement fluide.

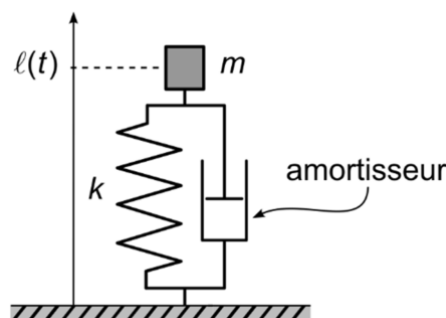


FIGURE 4 – Suspension avec amortisseur

La force de frottement fluide s'écrit :

$$\vec{F}_f = -h \frac{dz}{dt} \vec{u}_z$$

avec $z(t) = \ell(t) - \ell_0 + \frac{mg}{k}$ la variable repérant la position de la masse m à partir de sa position d'équilibre.

34) Montrer que l'équation différentielle du mouvement vertical d'un amortisseur de la voiture soutenant la masse m se met sous la forme :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z(t) = 0$$

et déterminer les expressions de ω_0 et Q en fonction de k , h et de m .

35) En déduire, en fonction de h et de m , la valeur limite k_c de k permettant le retour le plus rapide du système à sa position d'équilibre (régime critique).

36) À la construction du véhicule, le régime d'oscillations correspond au régime apériodique. Si l'on charge trop le véhicule, existe-t-il un risque de passer en régime pseudopériodique ?

L'amortisseur a été soumis à une excitation sinusoïdale de fréquence variable et l'amplitude des oscillations obtenues a été enregistrée pour différentes valeurs de m , ce qui a permis d'obtenir les courbes de résonance de la figure 5.

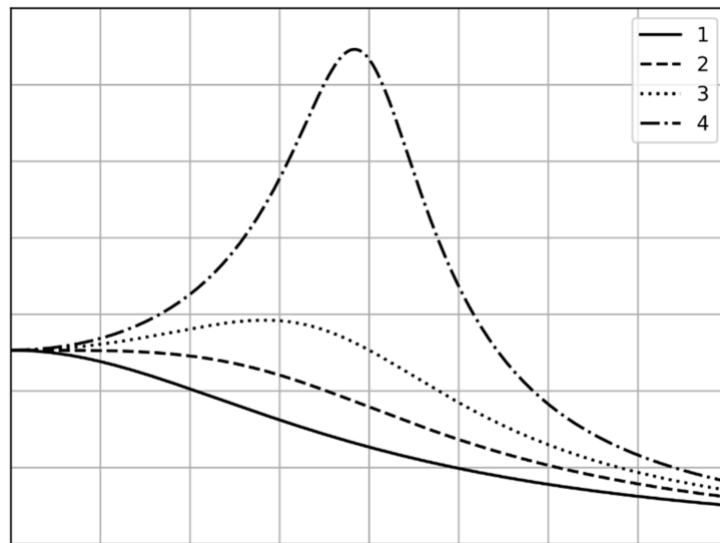


FIGURE 5 – Courbes de résonance

37) Proposer des grandeurs pour l'axe des abscisses et des ordonnées de la figure 5.

38) Expliquer quelle courbe correspond à la masse la plus élevée.